



TITLE:

# Wigner分布の補正と非定常信号解析への適用(数値解析と科学計算)

AUTHOR(S):

石光, 俊介; 北川, 孟; 田宮, 稔士

---

CITATION:

石光, 俊介 ...[et al]. Wigner分布の補正と非定常信号解析への適用(数値解析と科学計算). 数理解析研究所講究録 1991, 746: 88-97

ISSUE DATE:

1991-03

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/102223>

RIGHT:

## Wigner分布の補正と非定常信号解析への適用

バイオニア 石光俊介 (Shiunsuke Ishimitsu)

豊橋技科大 北川 孟 (Hajime Kitagawa)

川鉄テクノリサーチ 田宮稔士 (Toshio Tamiya)

1. Wigner分布 時変信号の解析法として, Wigner分布(WD)の研究が最近盛んになりつつある. WDは, 従来のパワースペクトルのような時間平均操作を行なわない. 従って, 過渡特性を有する信号を高い分解能で表現するのに最適な時間と周波数に関する二次元分布関数である<sup>(1)~(5)</sup>. 例えば, 2つの信号 $f, g$ のCross WDは式(1.1)の様に定義されている.

$$W_{f,g}(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f\left(t + \frac{\tau}{2}\right) g^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (1.1)$$

図1に変調信号をWDならびにSpectrogramによって解析し比較した結果を示す. この解析例からも明らかなように時変信号には, 時変的な成分で解析する必要がある.

表1にWDの特性を, 表2に他の二次元分布関数との比較を示す<sup>(3)</sup>. これから分かるように, WDは高分解能表現だけではなく, 様々な特徴抽出処理を可能とする総合的な二次元分布関数と考えることができる.

2. 干渉項の解析とその低減法 多くの要素からなる信号の場合、要素  $f_k$  の  $n$  個の和を  $f$  とすると、

$$f(t) = \sum_{k=1}^n f_k(t) \quad (2.1)$$

と定義でき、その Auto-WD (すなわち、 $f=g$ ) は次式で表される。

$$W_f(t, \omega) = \sum_{k=1}^n W_{f_k}(t, \omega) + \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n 2\text{Re}[W_{f_k f_l}(t, \omega)] \quad (2.2)$$

これは信号要素の Auto-WD である  $n$  個の信号項と信号要素  $n C_2$  個の組み合わせの Cross-WD の実部 (干渉項) とで構成される<sup>(2)</sup>。干渉項は物理現象とは直接的に無関係であり、それによる  $t$ - $f$  面の複雑化は WD の致命的欠点となっている。そこで、干渉項の解析を行い、その低減法について検討を行った。

2.1 干渉項の解析 例として、図 2 に 3 つの信号要素を持つ WD

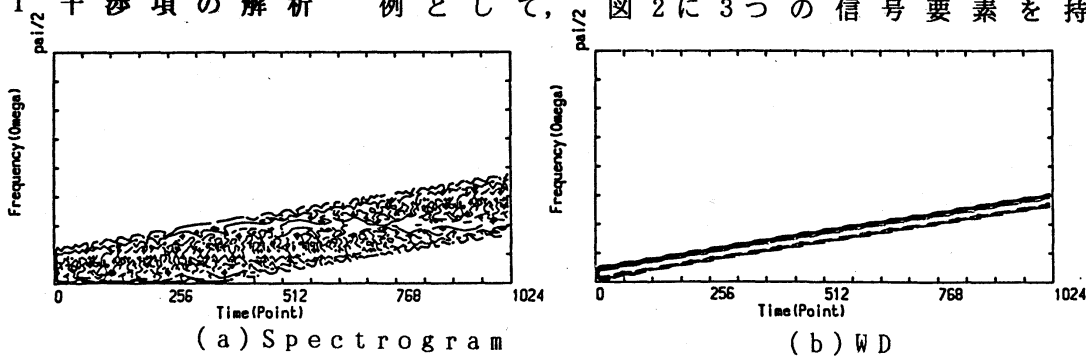


図 1 時変信号の解析

表 1: Wigner 分布の幾何学的特性

(1)	$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} W(t, \omega) d\omega =  f(t) ^2$
(2)	$\int_{-\infty}^{\infty} W(t, \omega) dt =  F(\omega) ^2$
(3)	$W(t, \omega) = W(t - \tau, \omega)$
(4)	$W(t, \omega) = W(t, \omega - \Omega)$
(5)	$W(t, \omega) = W^*(t, \omega) \quad \text{and} \quad W(t, \omega) = W(t, -\omega)$
(6)	$f(t) = g(t) = 0 \quad \text{then} \quad W(t, \omega) = 0$
(7)	$f(\omega) = g(\omega) = 0 \quad \text{then} \quad F(\omega) = 0$
(8)	$\text{GroupDelay}(\omega) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t W(t, \omega) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} W(t, \omega) dt}$
(9)	$\text{InstantaneousFreq}(t) = \frac{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega W(t, \omega) d\omega}{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W(t, \omega) d\omega}$

表2: 幾何学的特性の比較

Properties of WD	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
Cumulative decay spectrum			○	○	○				
Spectrogram			○	○	○				
Page, Levin distribution	○	○	○	○	○	○			
Rihaczek distribution	○	○	○	○	○	○	○		

を、図3にラグ窓を十分大きくとって計算した単一要素信号のWDを示す。図2で表現される干渉項を外部干渉、図3のそれを内部干渉と呼ぶことにする。外部干渉は、信号外部で信号要素間の中央に位置しているため信号項との分解が容易である。一方、内部干渉は単一要素信号間の $(t, f)$ のすべての組み合わせの共振により信号内部に現れるため、分解は困難である。しかし、干渉項の発生構造は双方類似している<sup>(2)</sup>。

3. ラグ窓長の選定による干渉項低減 実際の計算では有限の窓長で打ち切っているの、干渉はこの窓長に限定される。最適なラグ窓長の決定には、例えば信号の時系列中で他の部分より卓越した振幅値を持つ部分に注目し、それらの時間差より短いラグ窓を用いることが有効である。

現在、筆者らは時変窓について検討を進めている。それは、窓長の選定によりその性質がうまく表現できない場合もあるからである。例えば、時変信号に対して十分な長さのラグ窓(1024点)を用いてWDを計算したものを図4に、短いラグ窓(12

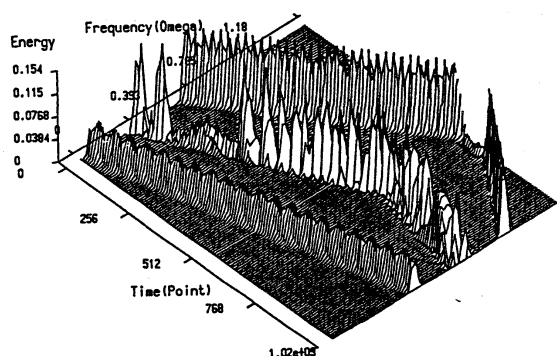


図2 外部干渉による干渉項

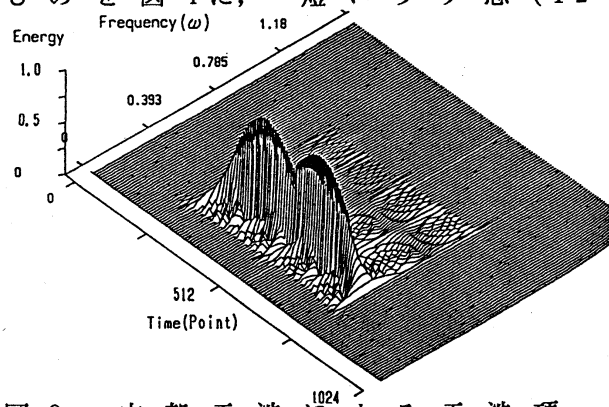


図3 内部干渉による干渉項

8点)で計算したものを図5に示す。図4と比べて干渉項が大きく減少している。したがって、時変過渡信号を表現する場合のラグ窓長の最適化は必要であると考えられる。

4. 解析信号変換の計算補正による干渉項除去 WDを求める際に解析信号に変換し計算すると、折り返し歪をナイキスト比まで抑えることが可能である<sup>(3)</sup>、<sup>(4)</sup>、<sup>(5)</sup>。従来、求められた解析信号を複素ラグ窓で切り出して、WDを計算している。この場合、ラグ窓で切り出した短いセグメント内では解析信号になっておらず、WDを計算すると負の周波数成分の影響が現れる。従って、切り出したラグ窓毎に解析信号を計算することにより、負の周波数を完全に零にすることが必要である。

5. Wigner-Spectrogram(WSD)による干渉項消去 SpectrogramなどのFFTによる解析法では干渉項は発生しない。このことを利用して、WDのt-f平面上から真の信号成分を抽出することが可能である。すなわち、最小ラグ窓で計算したSpectrogramのt-f平面上で、あるしきい値以上の振幅値を持つ信号成分のt-f平面上の位置を抽出し、WDの値として補正することができる。

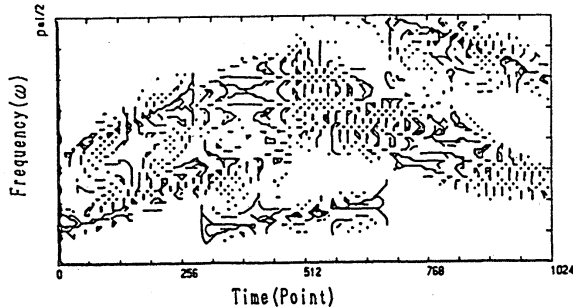


図4 1024点のラグ窓によるWD

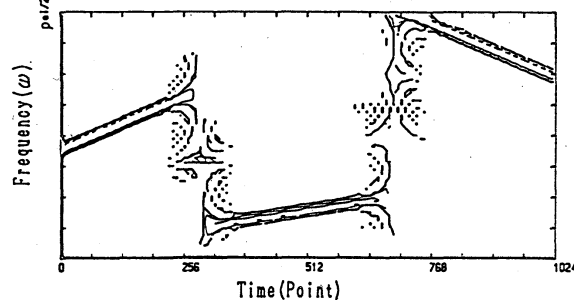


図5 128点のラグ窓によるWD

これをWSDと呼ぶ。しかし、信号成分に非常に近接している干渉項や、内部干渉項も除去することは不可能である。したがって、他の方法と組み合わせて用いると効果的である。

6. Wigner分布の平滑化による干渉項低減 干渉項が振動挙動を示すという性質に注目し、振動の平滑化による干渉項低減方法も検討した。干渉項に平滑化処理を施したWDを平滑化疑似Wigner分布(SPWD)と呼び、次式で表す<sup>(6)</sup>。

$$SW_f(t, \omega) = \sum_{k=-L+1}^{L-1} |h(k)|^2 \sum_{l=-M+1}^{M-1} R_f(t, l, k) e^{-j2k\omega} \quad (k \neq 0) \quad (6.1)$$

$$R_f(t, l, k) = g(l) f(t+l+k) f^*(t+l-k) \quad (6.2)$$

ここで、 $g(l)$ は複素ブラックマン窓<sup>(7)</sup>で、時間方向に沿って平滑化を行う。窓 $h(k)$ は、 $g(l)$ とは別個に周波数方向に平滑化を行う。この場合、時間と周波数方向では独立して平滑化操作を行うので、雑音と干渉項の消去には効果的である<sup>(9)</sup>。

図6, 7はS/N比0dBのホワイトノイズをのせた信号のWDとSPWDである。WDでは信号成分の干渉項に加え、雑音、雑音同士の干渉項、雑音と信号要素の干渉項が生じており、t-f平面はか

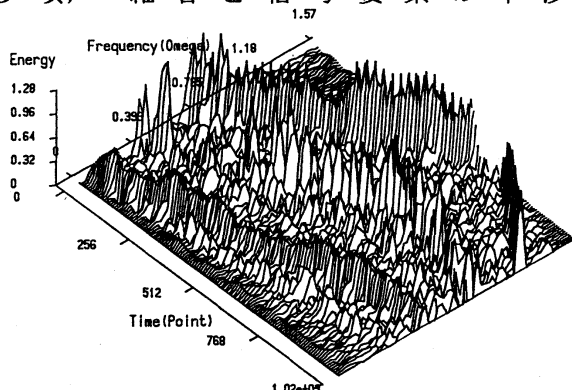


図6 WD(S/N比 0dB)

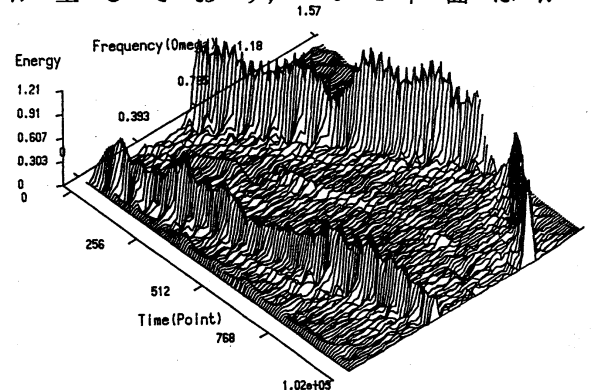


図7 SPWD(M=8, S/N比 0dB)

なり複雑化されている。一方、SPWDでは干渉項のみならず雑音も軽減しており、ほぼ信号項のみが抽出されている。

SPWDにおいて、平滑化による干渉項の軽減と同時に、重要な“非定常特性”も平滑化により除去される可能性もある。干渉項の低減と分解能とのトレードオフを軽減するため、 $t$ - $f$ 平面の状況により最適な $M$ の値を選択する必要がある。

7. 干渉項軽減のための複合処理(RID) 前述の手法を組み合わせた総合的な手法のブロック図を図8に示す。この関数を本研究では、RID(Reduced Interference Distribution)と定義する<sup>(11)</sup>。式(6.1)における $M$ を小さくすることで線形平滑化の量を減らし、非定常特性を保つことができる。

図9,10はホワイトノイズをのせた信号( $S/N$ 比  $-6.02\text{dB}$ )をそ

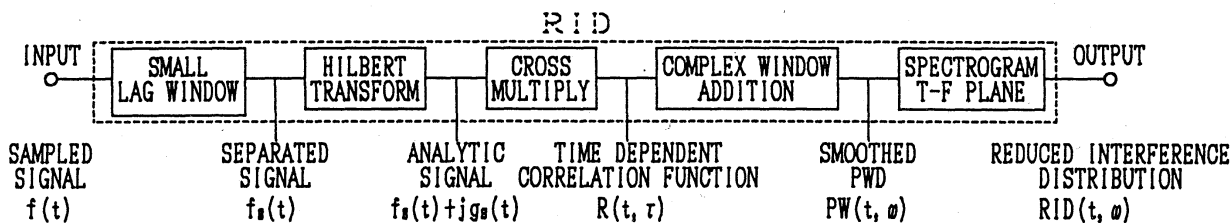


図8 RIDの計算の流れ

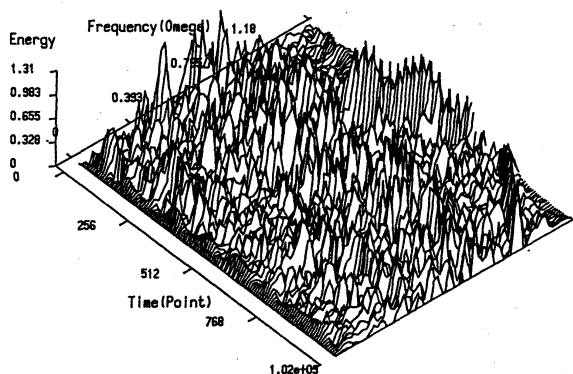


図9 WDによる解析

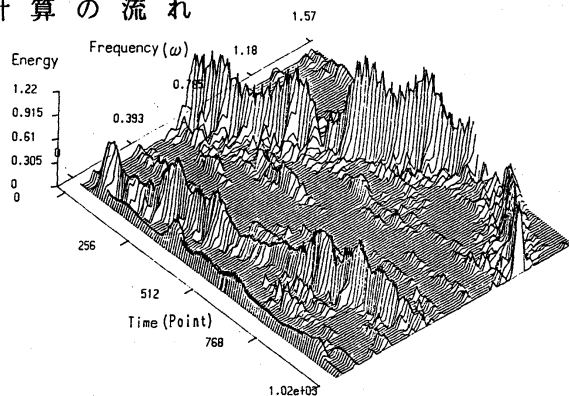


図10 RIDによる解析 ( $M=8$ )

表 3. 計 算 速 度 の 比 較

Calculation Method	Calculation Time (min)
WD	0:47
Revised WD	1:03
SW(M=8)	0:52
Revised SW (M=8)	5:18
RID (SW)	2:09
RID (RSW)	6:34

れぞれWDとRIDで解析した結果である。RIDでは干渉項だけではなく、雑音も消去されていることが観測できる。

8. RIDの計算時間についての考察 表3に今まで述べてきた方法についての計算時間の比較を示す。データ長は1024点で、ラグ窓はいずれも128点である。使用した処理系はTurboC 68020(SUN)である。

本研究では、平滑化パラメータの設定や、複合的な干渉項除去で、平滑化にかける計算を他の処理に分配するよう工夫し、計算時間を実用的な時間内に抑えることを可能にした。

9. 衝突音場への適用 RIDの有用性を確認するため、これを用い実測した非定常信号の解析結果とWD解析結果と比較した。

実験装置および測定系の構成を図11に示す<sup>(7)</sup>。また、図12, 13にWD, RIDを用いて実際の過渡音場に適用した例を示す<sup>(9)</sup>。ラグ窓長は、128点で計算した。図12ではt-f平面は干渉項により複雑になり、物理的に意味を持つピーク位置の同定が困難であった。それに対して、図13では球の衝突音成分



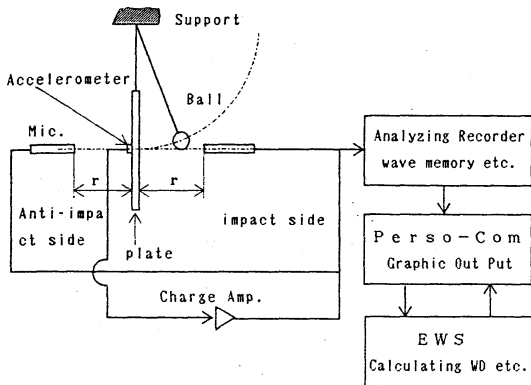
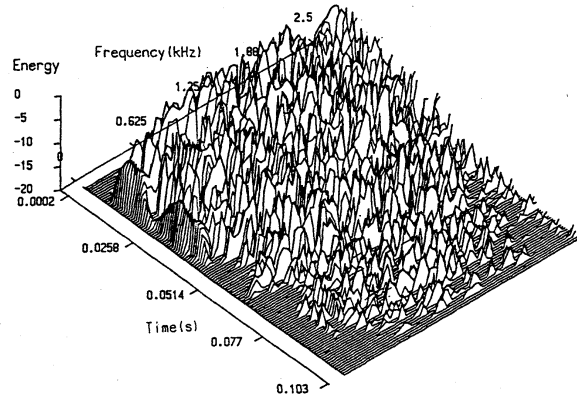
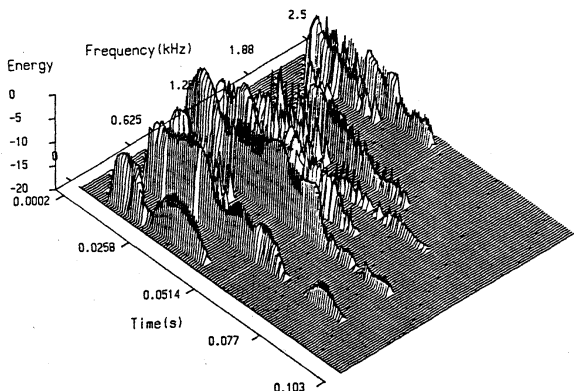
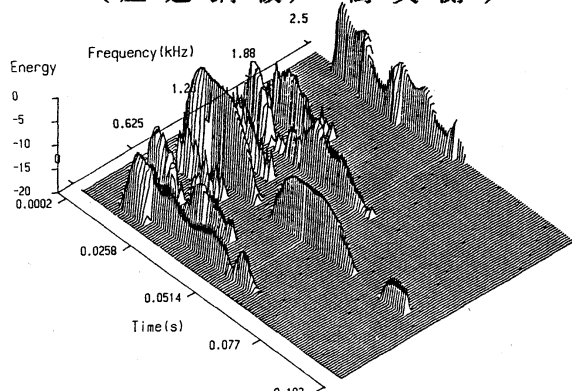


図 11 実験装置の概要

図 12 WDによる衝突音信号の解析  
(圧延鋼板, 衝突側)

(a) 圧延鋼板, 衝突側



(b) 圧延鋼板, 反衝突側

図 13 RIDによる衝突音信号の解析

(1.26 kHz) と板の曲げ固有振動数の周波数 (1 kHz, 2 kHz 近傍)

が抽出され, 衝突側と反衝突側の特性も明瞭に識別できる.

#### 10. 音声信号処理への適用 周波数スペクトルによる音声信号

の特徴抽出は, 音声認識や話者認識等におけるパラメーターとして重要な位置を占めている. 音声のような周波数と振幅がどちらとも時変な信号の解析には, 従来用いられてきた線形予測分析<sup>(8)</sup>より Wigner 分布の方が精度並びに処理速度が優れていることが報告されている<sup>(1), (10)</sup>. そこで, WD ならびに RID を用いて母音の音声信号の解析を行った. 図 14 は連続して /ai/ と発声した場合の信号を RID と WD と Spectrogram で解析

した結果である。等高線は  $-15, -10, -5, -2\text{dB}$  の4水準でプロットしている。調音結合性をRIDでは明瞭にとらえている。RIDでは平滑化を  $f$  方向,  $t$  方向に独立に行うため, 音声の特徴抽出すなわちホルマントの抽出には有効であると考えられる。このことから, 音声の特徴抽出の分野においてもRIDは有効な手法であることがわかる。

11. 結び RWDおよびWDは従来の単一領域では得られ難い情報により, 過渡音場の詳細な解析も可能であることがわかった。

この方法は今後も波動過渡信号解析の様々な分野での応用が期待される。例えば筆者らはベローズの故障診断<sup>(12)</sup>や反

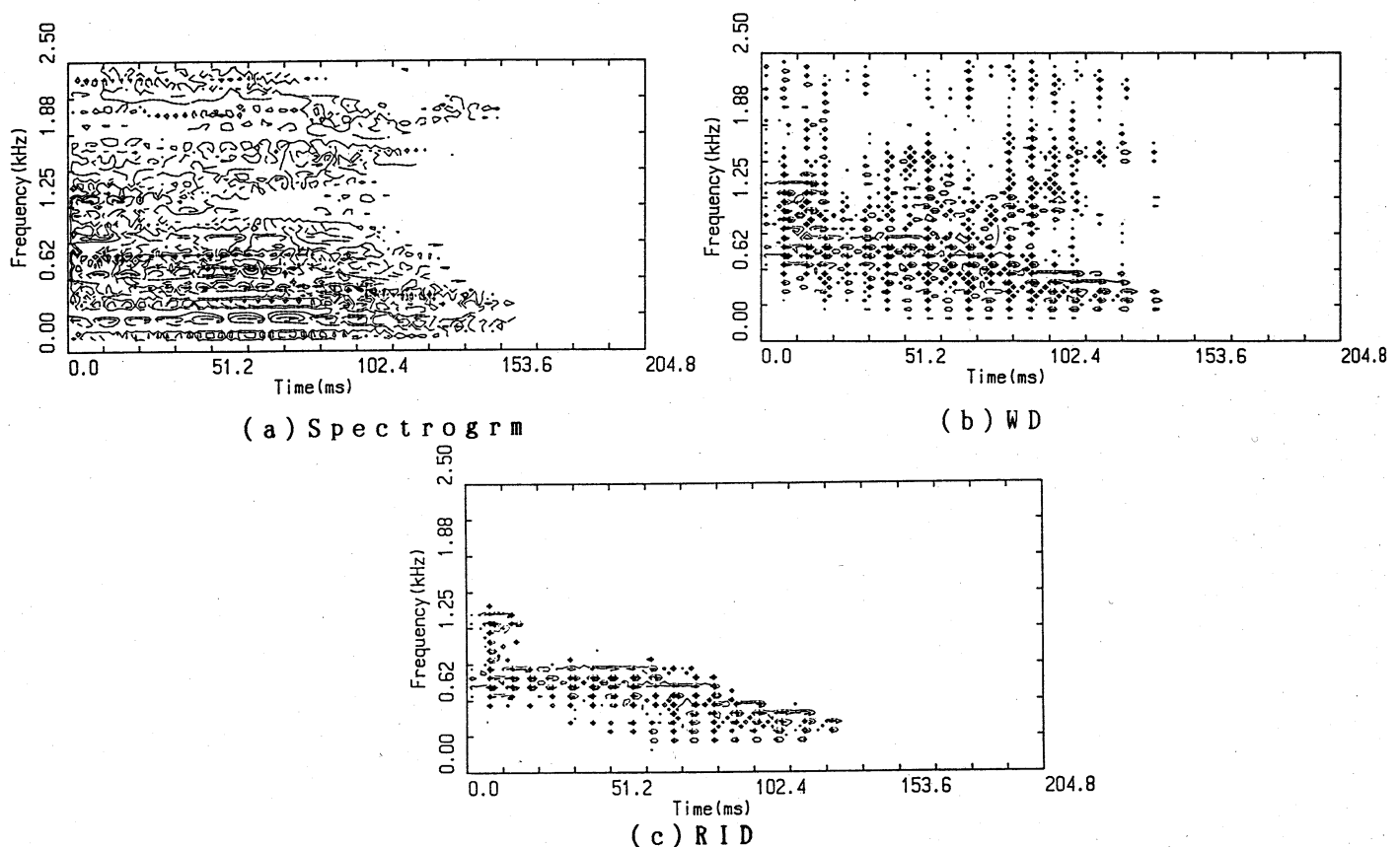


図14 連続音声信号 /ai/ の解析

射超音波パルス信号の解析<sup>(13)</sup>等にも適用し,その有用性を確認している。

#### 参考文献

- (1) T. A. C. M. Claassen, W. F. G. Mecklenbrauker, Part 1~3, Philips J. Res. 35, (1980), 217
- (2) F. Hlawatsh, in Proc. Dig. Sig. Proc., Florence, Italy, (1984), 363
- (3) 北川, 石光, 材料試験技術, Vol. 34, No. 3, (1989), 199
- (4) 川浦, 鈴木, 小野, 自動車技術, 42, 12, (1988), 1549
- (5) 川浦, 鈴木, 小野, 騒音研究会資料, (1987), N87-06-4
- (6) P. Flandlin, W. Martin, in Proc. IEEE ASSP Spectrum Estimation Workshop, (1983), 181
- (7) 石光, 北川, 機論, 55-520, C, (1989), 2999
- (8) B. S. Atal, S. L. Hanauer, JAS of America, Vol. 36, No. 2, (1971), 296
- (9) 石光, 北川, 第39期機械学会総会講演会要項集, (1990), 856
- (10) 小林, 三浦, 計測自動制御, Vol. 22, No. 11, (1986), 1228
- (11) 石光, 北川, 機論, 投稿中, (掲載決定)
- (12) 久保木, 北川, 田宮, 中沢, 石光, 材料試験技術, 投稿中, (掲載決定)
- (13) 柏田, 渡辺, 北川, 機論, 投稿中, (掲載決定)